

# Early QED

Adrian Wüthrich

Center for Philosophy of Science, University of Pittsburgh  
History and Philosophy of Science, University of Bern

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License 2.0, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited

## Secondary literature

---

- Schweber 1994: QED and The Men Who Made It
  - Weinberg 1995: The Quantum Theory of Fields (Chap. 1, Historical Introduction)
  - Brown and Hoddeson 1983: The Birth of Particle Physics
  - Miller 1995: Early Quantum Electrodynamics
  - Brown 1993: Renormalization from Lorentz to Landau
-

# Primary literature and chronology

---

- Born, Heisenberg, and Jordan 1926
  - Dirac 1927**
  - Dirac 1928a,b
  - Heisenberg and Pauli 1929**
  - Klein and Nishina 1929
  - Dirac 1930, 1931, 1933
  - Møller 1932
  - Furry and Oppenheimer 1934
  - Pauli and Weisskopf 1934**
  - Bhabha 1936
  - Dancoff 1939
  - Lamb and Retherford 1947
  - Nafe, Nelson, and Rabi 1947
  - Feynman 1949
  - Tomonaga 1946
  - Schwinger 1948, 1949
-

*The Quantum Theory of the Emission and Absorption of  
Radiation.*

By P. A. M. DIRAC, St. John's College, Cambridge, and Institute for  
Theoretical Physics, Copenhagen.

(Communicated by N. Bohr, For. Mem. R.S.—Received February 2, 1927.)

§ 1. *Introduction and Summary.*

The new quantum theory, based on the assumption that the dynamical variables do not obey the commutative law of multiplication, has by now been developed sufficiently to form a fairly complete theory of dynamics. One can treat mathematically the problem of any dynamical system composed of a number of particles with instantaneous forces acting between them, provided it is describable by a Hamiltonian function, and one can interpret the mathematics physically by a quite definite general method. On the other hand, hardly anything has been done up to the present on quantum electrodynamics. The questions of the correct treatment of a system in which the forces are propagated with the velocity of light instead of instantaneously, of the production of an electromagnetic field by a moving electron, and of the reaction of this field on the electron have not yet been touched. In addition, there is a serious difficulty in making the theory satisfy all the requirements of the restricted

---

The new quantum theory, based on the assumption that the dynamical variables do not obey the commutative law of multiplication, has by now been developed sufficiently to form a fairly complete theory of dynamics. One can treat mathematically the problem of any dynamical system composed of a number of particles with instantaneous forces acting between them, provided it is describable by a Hamiltonian function, and one can interpret the mathematics physically by a quite definite general method. On the other hand, hardly

---

physically by a quite definite general method. On the other hand, hardly anything has been done up to the present on quantum electrodynamics. The questions of the correct treatment of a system in which the forces are propagated with the velocity of light instead of instantaneously, of the production of an electromagnetic field by a moving electron, and of the reaction of this field on the electron have not yet been touched. In addition, there is a serious

---

on the electron have not yet been touched. In addition, there is a serious difficulty in making the theory satisfy all the requirements of the restricted principle of relativity, since a Hamiltonian function can no longer be used.

---

time answering them all. However, it appears to be possible to build up a fairly satisfactory theory of the emission of radiation and of the reaction of the radiation field on the emitting system on the basis of a kinematics and dynamics which are not strictly relativistic. This is the main object of the present paper. The theory is non-relativistic only on account of the time being counted throughout as a c-number, instead of being treated symmetrically with the space co-ordinates. The relativity variation of mass with velocity is taken into account without difficulty.

---



The underlying ideas of the theory are very simple. Consider an atom interacting with a field of radiation, which we may suppose for definiteness to be confined in an enclosure so as to have only a discrete set of degrees of freedom. Resolving the radiation into its Fourier components, we can consider the energy and phase of each of the components to be dynamical variables describing the radiation field. Thus if  $E_r$  is the energy of a component labelled  $r$  and  $\theta_r$  is the corresponding phase (defined as the time since the wave was in a standard phase), we can suppose each  $E_r$  and  $\theta_r$  to form a pair of canonically conjugate variables. In the absence of any interaction between the field and the atom,

---

In order that an analogous method may be used on the quantum theory, it is necessary to assume that the variables  $E_r$ ,  $\theta_r$  are q-numbers satisfying the standard quantum conditions  $\theta_r E_r - E_r \theta_r = i\hbar$ , etc., where  $\hbar$  is  $(2\pi)^{-1}$  times the usual Planck's constant, like the other dynamical variables of the problem. This assumption immediately gives light-quantum properties to

change only by integral multiples of the quantum  $(2\pi\hbar) \nu_r$ . If we now add an interaction term (taken over from the classical theory) to the Hamiltonian (1), the problem can be solved according to the rules of quantum mechanics, and we would expect to obtain the correct results for the action of the radiation and the atom on one another. It will be shown that we actually get the correct laws for the emission and absorption of radiation, and the correct values for Einstein's A's and B's. In the author's previous theory,<sup>†</sup> where the energies

---

It will also be shown that the Hamiltonian which describes the interaction of the atom and the electromagnetic waves can be made identical with the Hamiltonian for the problem of the interaction of the atom with an assembly of particles moving with the velocity of light and satisfying the Einstein-Bose statistics, by a suitable choice of the interaction energy for the particles. The number of particles having any specified direction of motion and energy, which can be used as a dynamical variable in the Hamiltonian for the particles, is equal to the number of quanta of energy in the corresponding wave in the Hamiltonian for the waves. There is thus a complete harmony between the wave and light-quantum descriptions of the interaction. We shall actually

---

# Heisenberg and Pauli 1929

---

## Zur Quantendynamik der Wellenfelder.

Von **W. Heisenberg** in Leipzig und **W. Pauli** in Zürich.

(Eingegangen am 19. März 1929.)

Einleitung. — I. Allgemeine Methode. § 1. Lagrangesche und Hamiltonsche Form von Feldgleichungen, Energie und Impulsintegrale. § 2. Kanonische Vertauschungsrelationen (V.-R.) für stetige Raum-Zeit-Funktionen. Energie und Impulsatz in der Quantendynamik. § 3. Relativistische Invarianz der V.-R. bei invarianter Lagrange-funktion. — II. Aufstellung der Grundgleichungen der Theorie für elektromagnetische Felder und Materiewellen. § 4. Schwierigkeiten der Quantelung der Maxwell'schen Gleichungen, Notwendigkeit von Zusatzgliedern. § 5. Über das Verhältnis der hier aufgestellten Gleichungen zu früheren Ansätzen für die Quantenelektrodynamik ladungsfreier Felder. § 6. Differential- und Integralform der Erhaltungssätze von Energie und Impuls für das gesamte Wellenfeld. — III. Annäherungsmethoden zur Integration der Gleichungen und physikalische Anwendungen. § 7. Aufstellung der Differenzgleichungen für die Wahrscheinlichkeitsamplituden. § 8. Berechnung der Eigenwertstörung bis zur zweiten Ordnung in den Wechselwirkungsgliedern. § 9. Über die gemäß der Theorie beim Durchgang von Elektronen durch Potentialsschwellen zu erwartende Lichtemission.

Einleitung. In der Quantentheorie ist es bisher nicht möglich gewesen, mechanische und elektrodynamische Gesetzmäßigkeiten, elektro- und magnetostatische Wechselwirkungen einerseits, durch Strahlung vermittelte Wechselwirkungen andererseits widerspruchsfrei zu verknüpfen und unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zu betrachten. Insbesondere ist es nicht gelungen, die endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Kraftwirkungen in korrekter Weise zu berücksichtigen. Diese Lücke auszufüllen, ist das Ziel der vorliegenden Arbeit. Zur Er-

---

tragen. Der Übergang von der klassischen Theorie zur Quantentheorie geschieht dann also in zwei Schritten; erstens in dem Übergang von der klassischen Punktmechanik zu den Wellengleichungen des quantenmechanischen Einkörperproblems (ein Teilchen in einem vorgegebenen elektromagnetischen Felde) und der Deutung der gewonnenen Differentialgleichung im Sinne einer klassischen Kontinuumstheorie; zweitens in dem Übergang zum Mehrkörperproblem, in dem der aus den Materiewellen sich ergebende Viererstrom gemäß den Maxwell'schen Gleichungen als ein elektromagnetisches Feld erzeugend aufgefaßt wird und sowohl Materie als auch elektromagnetische Wellen (die beide in der gewöhnlichen Raum-Zeit-Welt verlaufen) einer Quantelung unterworfen werden. Dieses

---

–Zeit-Welt verlaufen) einer Quantelung unterworfen werden. Dieses Verfahren hat jedoch zur Folge, daß die prinzipiellen Schwierigkeiten, die jeder der bisher aufgestellten relativistischen Theorien des quantenmechanischen Einkörperproblems anhaften, und die von der Möglichkeit zweier verschiedener Vorzeichen für die Energie bei gegebenem Impuls gemäß der relativistischen Form des Energieimpulssatzes für ein Teilchen herrühren, auch in unsere Theorie übergehen und noch vollständig ungelöst bleiben.

---

mechanischen Gleichungen (Einstein-Bose-Statistik) entspricht, während der andere Fall der antisymmetrischen Lösungen (Fermi-Dirac-Statistik) den  $q$ -Zahlrelationen entspricht, die dadurch aus (57) entstehen, daß in den Klammersymbolen das  $-$ -Zeichen überall durch das  $+$ -Zeichen ersetzt wird. Führen wir also die Abkürzung ein

$$[F, G]_+ = FG + GF,$$

so wird hier

$$[\psi_\rho, \psi_\sigma^{*'}]_+ = \frac{1}{i} \sum_\tau \gamma_{\tau\sigma}^4 [\psi_\rho, \psi_\tau^{\dagger'}]_+ = \delta_{\rho\sigma} \delta(r, r')$$

$$[\psi_\rho, \psi_\sigma']_+ = [\psi_\rho^*, \psi_\sigma^{*'}]_+ = [\psi_\rho^\dagger, \psi_\sigma^{\dagger'}]_+ = 0. \quad (57 a)$$



§ 4. *The Hamiltonian for an Arbitrary Field.*

To obtain the Hamiltonian for an electron in an electromagnetic field with scalar potential  $A_0$  and vector potential  $\mathbf{A}$ , we adopt the usual procedure of substituting  $p_0 + e/c \cdot A_0$  for  $p_0$  and  $\mathbf{p} + e/c \cdot \mathbf{A}$  for  $\mathbf{p}$  in the Hamiltonian for no field. From equation (9) we thus obtain

$$\left[ p_0 + \frac{e}{c} A_0 + \rho_1 \left( \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) + \rho_3 mc \right] \psi = 0. \quad (14)$$

This wave equation appears to be sufficient to account for all the duplexity phenomena. On account of the matrices  $\rho$  and  $\sigma$  containing four rows and columns, it will have four times as many solutions as the non-relativity wave equation, and twice as many as the previous relativity wave equation (1). Since half the solutions must be rejected as referring to the charge  $+e$  on the electron, the correct number will be left to account for duplexity phenomena.

## *A Theory of Electrons and Protons.*

By P. A. M. DIRAC, St. John's College, Cambridge.

(Communicated by R. H. Fowler, F.R.S.—Received December 6, 1929.)

### § 1. *Nature of the Negative Energy Difficulty.*

The relativity quantum theory of an electron moving in a given electromagnetic field, although successful in predicting the spin properties of the electron, yet involves one serious difficulty which shows that some fundamental alteration is necessary before we can regard it as an accurate description of nature. This difficulty is connected with the fact that the wave equation, which is of the form

$$\left[ \frac{W}{c} + \frac{e}{c} A_0 + \rho_1 \left( \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) + \rho_3 mc \right] \psi = 0, \quad (1)$$

has, in addition to the wanted solutions for which the kinetic energy of the electron is positive, an equal number of unwanted solutions with negative kinetic energy for the electron, which appear to have no physical meaning.

---

the electron.) But a simple formal change, which corresponds exactly to regarding the emptiness and not the fullness of a state of negative kinetic energy as equivalent to the presence of a particle, gives us at once the theory of electrons and positives. To make this change it is necessary, in accordance with the physical considerations of Section 1, to restrict the  $r$ 's in a critical way. From now on we shall consider only states  $r$ , such that a given state is either wholly positive or wholly

---

## Über die Quantisierung der skalaren relativistischen Wellengleichung

von W. Pauli und V. Weisskopf in Zürich.

(27. VII. 34.)

---

*Zusammenfassung.* In der vorliegenden Arbeit wird die konsequente Anwendung des Heisenberg-Pauli'schen Formalismus der Quantisierung der Wellenfelder auf die skalare relativistische Wellengleichung für Materiefelder im Falle von Einstein-Bose-Statistik der Teilchen durchgeführt. Dabei ergibt sich ohne weitere Hypothese die Existenz von zu einander entgegengesetzt geladenen Teilchen gleicher Ruhmasse, die unter Absorption bzw. Emission von elektromagnetischer Strahlung paarweise erzeugt bzw. vernichtet werden können. Die Häufigkeit dieser Prozesse erweist sich als von derselben Grössenordnung wie die für Teilchen derselben Ladung und Masse aus der Dirac'schen Löchertheorie folgende (§ 4). Die hier untersuchte, ebenfalls den Relativitätsforderungen genügende korrespondenzmässige Möglichkeit von entgegengesetzt geladenen Teilchen ohne Spin mit Einstein-Bose-Statistik hat gegenüber der Löchertheorie den Vorzug, dass die Energie von selbst immer positiv ist. Ebenso aber wie aus der ursprünglichen Fassung der Löchertheorie folgt aus der hier besprochenen Theorie neben den unendlich grossen Selbstenergien auch eine unendliche Polarisierbarkeit des Vakuums.

Wir wollen nun zeigen, dass die Anteile der einzelnen Eigenschwingung  $k$  zur Gesamtladung, zur Energie und zum Impuls sich zugleich in zwei Teile zerlegen lassen, die einer einfachen physikalischen Interpretation fähig sind. Zu diesem Zweck führen wir folgende Variable  $a_k, a_k^*, b_k, b_k^*$  ein:

$$p_k = \frac{\sqrt{E_k}}{\sqrt{2}} (a_k^* + b_k), \quad q_k = \frac{-i}{\sqrt{2} \sqrt{E_k}} (-a_k + b_k^*) \quad (27)$$

$$p_k^* = \frac{\sqrt{E_k}}{\sqrt{2}} (a_k + b_k^*), \quad q_k^* = \frac{-i}{\sqrt{2} \sqrt{E_k}} (a_k^* - b_k) \quad (27^*)$$

mit den Umkehrformeln

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{E_k}} p_k^* - i \sqrt{E_k} q_k \right), \quad a_k^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{E_k}} p_k + i \sqrt{E_k} q_k^* \right) \quad (28a)$$

$$b_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{E_k}} p_k - i \sqrt{E_k} q_k^* \right), \quad b_k^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{E_k}} p_k^* + i \sqrt{E_k} q_k \right) \quad (28b)$$

Für die neuen Variablen folgen die V.-R.

$$[a_k, a_l^*] = \delta_{kl}, \quad [b_k, b_l^*] = \delta_{kl}, \quad (III)$$

während die  $a_k$  oder  $a_k^*$  untereinander, die  $b_k$  oder  $b_k^*$  untereinander, sowie die  $a_k$  mit den  $b_l^*$  und die  $a_k^*$  mit den  $b_l$  kommutieren.

Die V.-R. für die  $\tilde{a}, \tilde{b}, a^* b^*$  haben zur Folge, dass die Operatoren

$$N_{\vec{k}}^+ = a_{\vec{k}}^* a_{\vec{k}}, \quad N_{\vec{k}}^- = b_{\vec{k}}^* b_{\vec{k}} \quad (33)$$

vertauschbar sind und beide die niemals negativen ganzzahligen Eigenwerte  $0, 1, 2 \dots$  besitzen. Die Ausdrücke für Ladung, Energie und Impuls berechtigen uns in dem hier betrachteten kräftefreien Fall zu folgender Interpretation:

*Es bedeutet  $N_{\vec{k}}^+$  die Zahl der Teilchen mit der Ladungszahl  $+1$  und dem Impuls  $h\vec{k}$ , und  $N_{\vec{k}}^-$  die Zahl der Teilchen mit der Ladungszahl  $-1$  und dem Impuls  $-h\vec{k}$ ).*

# Primary literature and chronology

---

- Born, Heisenberg, and Jordan 1926
  - Dirac 1927**
  - Dirac 1928a,b
  - Heisenberg and Pauli 1929**
  - Klein and Nishina 1929
  - Dirac 1930, 1931, 1933
  - Møller 1932
  - Furry and Oppenheimer 1934
  - Pauli and Weisskopf 1934**
  - Bhabha 1936
  - Dancoff 1939
  - Lamb and Retherford 1947
  - Nafe, Nelson, and Rabi 1947
  - Feynman 1949
  - Tomonaga 1946
  - Schwinger 1948, 1949
-

## Very condensed summary

---

- Canonical quantization of coefficients of e. m. field (Dirac 1927)
  - Canonical quantization of Dirac and e. m. field (Heisenberg and Pauli 1929)
  - Positrons (“anti-electrons”) as holes in a sea of electrons with negative energy (Dirac 1931, p. 61)
  - Modified quantization of fields to describe positrons (Furry and Oppenheimer 1934, Pauli and Weisskopf 1934)
  - Infinities!
  - Renormalization
  - Why not earlier?
-



# References (I)

---

- H. J. Bhabha (1936). "The Scattering of Positrons by Electrons with Exchange on Dirac's Theory of the Positron". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 154.881, pp. 195–206
  - Max Born, Werner Heisenberg, and Pascual Jordan (1926). "Zur Quantenmechanik II". In: *Zeitschrift für Physik* 35, pp. 557–615
  - Laurie M. Brown, ed. (1993). *Renormalization. From Lorentz to Landau (and Beyond)*. Springer
  - Laurie M. Brown and Lillian Hoddeson, eds. (1983). *The birth of particle physics*. Cambridge University Press
  - S. M. Dancoff (1939). "On Radiative Corrections for Electron Scattering". In: *Phys. Rev.* 55.10, pp. 959–963
  - P. A. M. Dirac (Mar. 1927). "The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 114.767. Reprinted in Schwinger 1958, pp. 243–265
  - P. A. M. Dirac (1928a). "The Quantum Theory of the Electron". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 117.778, pp. 610–624
  - P. A. M. Dirac (1928b). "The Quantum Theory of the Electron. Part II". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 118.779, pp. 351–361
-

# References (II)

---

- P. A. M. Dirac (1930). "A Theory of Electrons and Protons". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 126.801, pp. 360–365
  - P. A. M. Dirac (1931). "Quantised Singularities in the Electromagnetic Field". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 133, pp. 60–72
  - P. A. M. Dirac (1933). *Theory of electrons and positrons*. nobelprize.org. Nobel Lecture, December 12, 1933
  - R. P. Feynman (1949). "Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics". In: *Phys. Rev.* 76.6, pp. 769–789
  - W. H. Furry and J. R. Oppenheimer (1934). "On the Theory of the Electron and Positive". In: *Phys. Rev.* 45.4, pp. 245–262
  - W. Heisenberg and W. Pauli (Jan. 1929). "Zur Quantendynamik der Wellenfelder". In: *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* 56.1, pp. 1–61
  - O. Klein and T. Nishina (Nov. 1929). "Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac". In: *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* 52.11, pp. 853–868
  - Willis E. Lamb and Robert C. Retherford (1947). "Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method". In: *Phys. Rev.* 72.3, pp. 241–243
  - A. I. Miller (1995). *Early Quantum Electrodynamics: A Sourcebook*. Cambridge University Press
-

# References (III)

---

- Chr. Møller (1932). “Zur Theorie des Durchgangs schneller Elektronen durch Materie”. In: *Annalen der Physik* 406.5, pp. 531–585
  - J. E. Nafe, E. B. Nelson, and I. I. Rabi (1947). “The Hyperfine Structure of Atomic Hydrogen and Deuterium”. In: *Physical Review* 71 (12), pp. 914–915
  - W. Pauli and V. F. Weisskopf (1934). “Über die Quantisierung der skalaren relativistischen Wellengleichung”. In: *Helv. Phys. Acta* 7, pp. 709–731
  - S. S. Schweber (1994). *QED and the Men Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga*. Princeton University Press
  - J. Schwinger (1948). “Quantum Electrodynamics. I. A Covariant Formulation”. In: *Phys. Rev.* 74.10, pp. 1439–1461
  - J. Schwinger (1949). “Quantum Electrodynamics. II. Vacuum Polarization and Self-Energy”. In: *Phys. Rev.* 75.4, pp. 651–679
  - J. Schwinger (1958). *Selected Papers on Quantum Electrodynamics*. Dover Publications
  - Sin-Itiro Tomonaga (Aug. 1946). “On a Relativistically Invariant Formulation of the Quantum Theory of Wave Fields”. In: *Progress of Theoretical Physics* 1, pp. 27–42
  - S. Weinberg (1995). “The Quantum Theory of Fields”. In: Cambridge University Press. Chap. 1 (Historical Introduction), pp. 1–48
-